

Maturitätsprüfungen 2017

SPF Physik und Anwendungen der Mathematik

Examinatoren:

Dr. Markus Ninck

Jürg Gabathuler

Fachschaftsverantwortlicher Physik:

Herr Dr. Markus Ninck

Paffnauerstrasse 3

6260 Mehlsen

079 485 69 09

markus.ninck@kszofingen.ch

Fachschaftsverantwortlicher Mathematik:

Herr Jürg Gabathuler

Eisengrubenweg 2c

4800 Zofingen

062 751 00 45

juerg.gabathuler@kszofingen.ch

Schriftliche Maturitätsprüfung 2017**Schwerpunktfach Physik und Anwendungen der Mathematik**

Autoren: Dr. M. Ninck, J. Gabathuler

Hilfsmittel: Taschenrechner TI-84, Formelsammlung DMK/DPK

Zeit: 4 Stunden

Bewertung der Aufgaben nach Punkten

Punkte	Teilaufgabe						Total
Aufgabe	a)	b)	c)	d)	e)	f)	
1	3	2	1	4			10
2	1	6	3				10
3	2	3	2	3			10
4	3	4	4				11
5	2	6	3				11
6	1	1	1	2	4	2	11
7	2	2	2	3			9
8	5	6					11
Total							83

Notenschlüssel

Lineare Skala mit Note 6 bei 66.5 Punkten

Aufgabe 1 (10 Punkte)

Diese Aufgabe bezieht sich auf Abbildung 1. Der Nd:YAG-Laser (Kurzform für Neodym-dotierter Yttrium-Aluminium-Granat-Laser) ist ein sehr häufig eingesetzter Festkörperlaser, welcher Laserlicht mit einer Wellenlänge von 1064nm emittiert. Insgesamt handelt es sich um ein Vier-Niveau-System. Dabei befindet sich Zustand C auf dem Energielevel von 1.42eV (gegenüber dem Grundzustand). Der Laser wird mit Dioden optisch gepumpt (dabei werden die Neodym-Ionen vom Grundzustand ins Energielevel D angehoben, welches 1.53eV über dem Grundzustand liegt). Der emittierte Laserstrahl hat eine Leistung von 0.7W.

- Berechnen Sie, auf welchem Energie-Level (gegenüber dem Grundzustand) sich Zustand B befindet. (3P)
- Berechnen Sie den theoretisch erreichbaren maximalen Wirkungsgrad des Lasers. (2P)
- Wieso ist der real erreichbare maximale Wirkungsgrad kleiner? (1P)
- Das emittierte Laserlicht wird durch einen Glasblock mit einem komplexen Brechungsindex von $n=1.3-2.5 \cdot 10^{-6}i$ geleitet. Wie dick darf der Glasblock maximal sein, damit der Laserstrahl nach dem Glasblock noch eine Leistung von 0.4W aufweist (Reflexionen können vernachlässigt werden)? (4P)

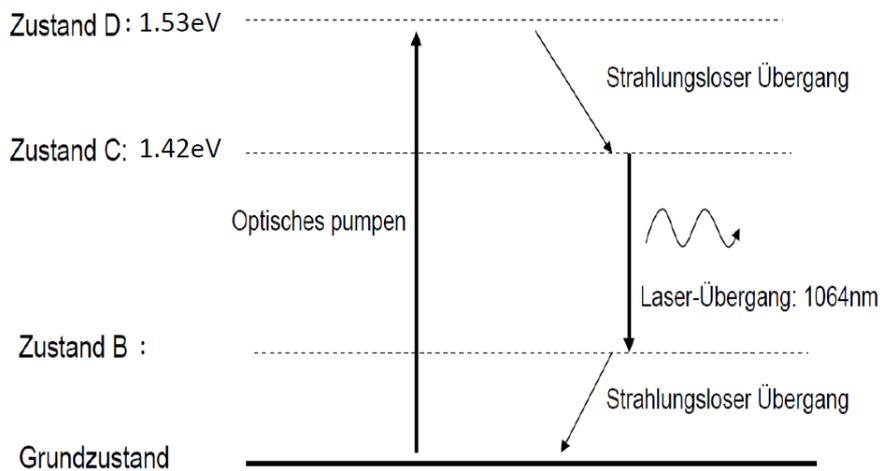


Abbildung 1: Energie-Niveaus des Nd:YAG-Lasers (Aufgabe 1a-1d)

Aufgabe 2 (10 Punkte)

Eine Lampe ($R=20\Omega$), ein Kondensator (0.4mF) und eine Spule (0.3mH) sind seriell verschaltet und werden von einer Wechselspannungsquelle mit einer Spannung von 36V und einer Frequenz von 50Hz betrieben.

- Erstellen Sie einen Schaltplan der Schaltung. (1P)
- Berechnen Sie die mittlere elektrische Leistung, welche an die Lampe abgegeben wird. (6P)
- Nun wird die Frequenz des Netzteils variiert. Bei welcher Frequenz ist die mittlere Leistung der Lampe maximal? (3P)

Aufgabe 3 (10 Punkte)

Ein geostationärer Satellit mit einer Masse von 800kg umkreist die Erde auf einer geschlossenen, kreisförmigen Bahn. Er ist dadurch charakterisiert, dass er sich exakt mit der Erdrotation mitdreht und sich dabei immer am selben Ort über der Erde befindet.

- Wie gross ist die Periodendauer des Satelliten? Geben Sie den Wert auf 4 Stellen genau an. (2P)
- Berechnen Sie die Höhe über Erdboden, in der der Satellit fliegt. (3P)
- Berechnen Sie die Bahngeschwindigkeit des Satelliten. (2P)
- Berechnen Sie die Energie, die notwendig ist, um den Satelliten von der Erdoberfläche mit einer Rakete auf die Höhe seiner Umlaufbahn zu transportieren. Vernachlässigen Sie dabei den Luftwiderstand und die am Satelliten verrichtete Beschleunigungsarbeit. (3P)

Aufgabe 4 (11 Punkte)

Auf einer Rampe mit einer Höhe von 25cm werden zwei unterschiedliche Körper aus der Ruhe heruntergerollt. Beim einen Körper handelt es sich um einen Vollzylinder mit einer Masse von 900g, einer Länge von 15cm und einem Durchmesser von 10cm (Abbildung 3, rechts). Der andere Körper ist ebenfalls rund, weist aber im Innern eine Verjüngung auf (siehe Abbildung 3, links), mit einem Aussendurchmesser von 10cm, einer Länge von 15cm und einer Masse von 900g. In der ganzen Aufgabe wird der Luftwiderstand vernachlässigt.

- Welcher der beiden Körper weist am Ende der Rampe eine grössere Geschwindigkeit auf? Begründen Sie Ihre Antwort. (3P)
- Berechnen Sie die Geschwindigkeit des Vollzylinders am Ende der Rampe. (4P)
- Berechnen das Trägheitsmoment des verjüngten Körpers. Sie dürfen dazu alle im Formelbuch verfügbaren Formeln als bekannt voraussetzen. (4P)

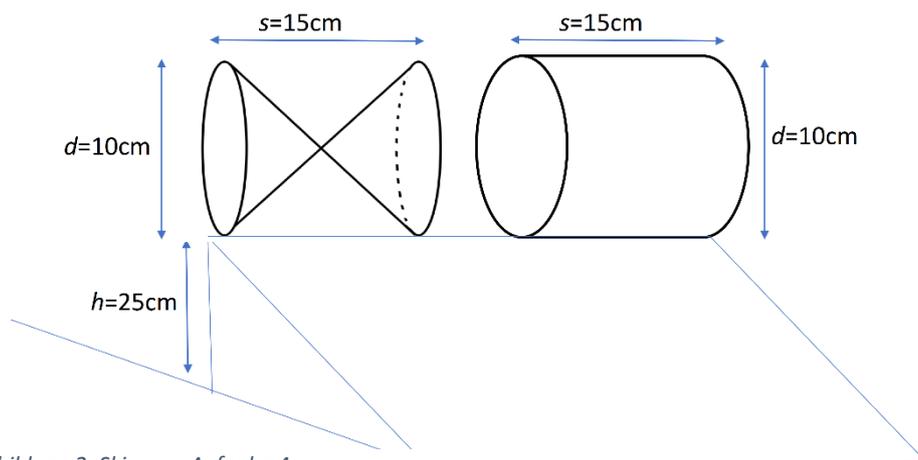


Abbildung 2: Skizze zu Aufgabe 4

Aufgabe 5 (11 Punkte)

Ein Flugzeug startet in Zürich (8.5°ö.L., 47.4°n.B.) und fliegt auf direktem Weg über den Atlantik nach Halifax (63.5°w.L., 44.6° n.B.).

- Wie lange dauert der Flug bei einer durchschnittlichen Geschwindigkeit von 880 km/h? (2P)
- Der Flug führt in der Nähe des Zentrums von Paris (2° ö.L., 49° n.B.) vorbei. Liegt das Zentrum von Paris in Flugrichtung auf der linken oder rechten Seite? Ist das Zentrum von Paris in Sichtweite von der Flugroute? Die Antwort ist rechnerisch zu belegen. (6P)
- Der Start in Zürich erfolgt am 23. Mai 2017 exakt zu dem Zeitpunkt, an dem die Sonne in Zürich ihren Höchststand erreicht hat. Zu welchem Zeitpunkt ist dies? Die Daten der Sonne auf dem Nullmeridian für 23.05.2017 sind nebenan aus dem Nautical Almanac herauskopiert. Geben Sie das Resultat in MESZ an. (3P)

Tue	GHA	Dec
0	180°49.4	20°34.2
1	195°49.3	20°34.7
2	210°49.3	20°35.2
3	225°49.2	20°35.6
4	240°49.2	20°36.1
5	255°49.1	20°36.6
6	270°49.1	20°37.1
7	285°49.0	20°37.5
8	300°49.0	20°38.0
9	315°48.9	20°38.5
10	330°48.9	20°39.0
11	345°48.8	20°39.4
12	0°48.8	20°39.9
13	15°48.7	20°40.4
14	30°48.6	20°40.9
15	45°48.6	20°41.3
16	60°48.5	20°41.8
17	75°48.5	20°42.3
18	90°48.4	20°42.7
19	105°48.4	20°43.2
20	120°48.3	20°43.7
21	135°48.2	20°44.1
22	150°48.2	20°44.6
23	165°48.1	20°45.1
	SD.=15.8	d=0.5

Aufgabe 6 (11 Punkte)

Die Verschlüsselung eines Textes wird oft so durchgeführt, dass zuerst den Buchstaben ganze Zahlen zugeordnet werden und dann aus einem Vektor (dem Urtext) durch Multiplikation mit einer Verschlüsselungsmatrix ein neuer Vektor (der verschlüsselte Text) hergestellt wird.

Wir verwenden die Verschlüsselungsmatrix $A = \begin{pmatrix} 9 & -7 \\ 8 & -6 \end{pmatrix}$.

- Welches ist die Verschlüsselung von $\begin{pmatrix} 11 \\ 3 \end{pmatrix}$? (1P)
- Welches ist die Entschlüsselung von $\begin{pmatrix} 39 \\ 34 \end{pmatrix}$? (1P)
- Welches ist die Entschlüsselungsmatrix? (1P)
- Welche Texte (Vektoren) verändern sich bei der Verschlüsselung nicht? (2P)

Durch die Anwendung der Matrix A auf die Punkte mit den Koordinaten x und y eines rechtwinklig kartesischen Koordinatensystems in der Ebene können Affinitätsabbildungen dargestellt werden.

- Welcher Typ von Affinitätsabbildung wird durch die Matrix A dargestellt, und welches sind deren bestimmende Elemente? (4P)
- Welches sind ihre Fixpunkte und Fixgeraden? (2P)

Aufgabe 7 (9 Punkte)

An einer horizontalen Feder der Härte $D = 100 \frac{kg}{s^2}$ schwingt ein Körper der Masse $m = 80 kg$.

- a) Berechnen Sie die Schwingungsdauer des Körpers, wenn von jeglicher Dämpfung abgesehen wird. (2P)

Betrachtet wird jetzt die gedämpfte Schwingung. Der Reibungswiderstand R ist proportional zur Geschwindigkeit.

- b) Leiten Sie die Differentialgleichung für die Auslenkung $s(t)$ des Körpers bei der gedämpften Schwingung her. (2P)

- c) Wie gross muss der Reibungswiderstand R gewählt werden, damit der Körper gegen die Gleichgewichtslage zurückgeht ohne über diese hinaus zu schwingen? (2P)

Hinweis: Die Antwort ist zu begründen.

- d) Wie lautet die Funktion $s(t)$ für die Auslenkung des Körpers aus der Gleichgewichtslage, wenn der Reibungskoeffizient $R = 160 \frac{Ns}{m}$ beträgt? (3P)

Hinweis: Die einzelnen Schritte bei der Lösung der Differentialgleichung sind zu belegen.

Aufgabe 8 (11 Punkte)

Die nebenan gezeichnete Fläche im dreidimensionalen Raum hat die Gleichung $z = f(x, y) = \frac{1}{2}x^3 - xy^2$.

- a) Bestimmen Sie eine Gleichung der Tangentialebene im Punkt $A \left(1, 1, -\frac{1}{2}\right)$. (5P)

- b) Betrachtet wird die Parallelebene E zur xy -Ebene auf der Höhe $z = -\frac{1}{2}$. Die Höhenlinie für $z = -\frac{1}{2}$ ist schwarz gezeichnet. Lösen Sie die Gleichung nach y auf und erstellen Sie so eine im ersten Quadranten der Ebene E gültige Wurzelfunktion $y = g(x)$.

Geben Sie die ersten drei Glieder der Taylor-Reihe von $y = g(x)$ an der Stelle $x_0 = 1$ an. (6P)

